View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Xiamen University Institutional Repository

学校编码：10384　　　　分类号______ 密级______

学号：19020090153603　　　　UDC______

厦门大学

博 士 学 位 论 文

几类反二次特征值问题的数值优化算法

Numerical Optimization Methods For Solving Several Inverse Quadratic Eigenvalue Problems

陈 梅 香

指导教师姓名：白 正 简 教授

专 业 名 称：计 算 数 学

论文提交日期：2012 年 5 月

论文答辩日期：2012 年 月

学位授予日期：2012 年 月

答辩委员会主席：__________

评 阅 人：__________

2012 年 5 月

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文原创性声明

兹呈交的学位论文，是本人在导师指导下独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考的其他个人或集体的研究成果，均在文中以明确方式标明。本人依法享有和 承担由此论文产生的权利和责任。

声明人（签名）：

年　　月　　日

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人完全了解厦门大学有关保留、使用学位论文的规定。厦门大学有权保留并向 国家主管部门或其指定机构送交论文的纸质版和电子版，有权将学位论文用于非 赢利目的的少量复制并允许论文进入学校图书馆被查阅，有权将学位论文的内容 编入有关数据库进行检索，有权将学位论文的标题和摘要汇编出版。保密的学位 论文在解密后适用本规定。

本学位论文属于

1、保密 （ ），在 年解密后适用本授权书。

2、不保密（ ）

作者签名： 日期： 年 月 日

导师签名： 日期： 年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学博硕士论文摘要库

中文摘要

反二次特征值问题在结构力学、振动、控制设计、应用力学及电路理论等方面有着广泛的应用背景。工程上往往利用有限元等技巧将结构体离散为矩阵二阶系统，并通过测量得到的自然频率和模态来更新系统物理矩阵。

反二次特征值问题旨在构造物理矩阵使得重构的二阶系统满足给定的部分特征信息，同时保持原始模型的结构性质：如对称性、正定性、稀疏性及内部连通性等。本文主要探讨了几类结构化反二次特征值问题的优化算法。本文由以下四部分组成。

第一节主要介绍了反二次特征值问题的背景、已有的数值方法、及本文所涉及的几类结构化反二次特征值问题。

第二节主要考虑基于部分特征信息基础上的参数化模型修正问题。这类反问题在振动和结构动力学中应用广泛。在实际应用中，所求物理参数(质量、阻尼、刚度参数)应该是非负的。我们为该反问题提出一类新的分裂法。我们证明了该算法的全局收敛性。数值实验显示该方法优于内点法并可用于大规模问题。

第三节研究最小范数部分二次特征值配置问题。这类问题旨在利用反馈控制外力将引起共振(或其他危险振动)的自然频率替换掉。同时，使得剩余的自然频率和模态(即特征值和特征向量)保持不变，其中反馈矩阵的范数尽可能地小。我们为部分二次特征值配置问题给出了新的可解性条件并为最小范数无时滞和时滞部分二次特征值配置问题提出了新的混合方法。数值实验证实了该算法的有效性。

第四节我们将半正定模型修正问题转化为半定规划问题来解决，并采用非线性Gauss-Seidel方法来求解其相应的Lagrange对偶函数。我们给出了算法的收敛性证明，数值实验说明方法的有效性。

关键词： 反二次特征值问题；有限元模型修正；参数化；部分二次特征值配置；数值优化方法

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学博硕士论文摘要库

Abstract

Inverse quadratic eigenvalue problems (IQEPs) arise in structural dynamics, vibration, applied mechanics and circuity theory, etc. In engineering, vibrating structures are usually discretised to a matrix second-order system via the finite element technique, etc, and update the physical matrices of the original model using the measured natural frequencies and mode shapes.

The IQEP aims to reconstruct the physical matrices such that the updated second-order model satisfies the prescribed partial eigendata and preserve the structural properties of the original model: symmetry, definiteness, sparsity and internal connection, etc. This thesis is concerned with numerical optimization methods for solving several structured IQEPs. This thesis is composed of the following four sections.

In section 1 we briefly introduce the background, previous numerical methods for general IQEPs and several structured IQEPs which will be discussed in this thesis.

In section 2 we consider the parameterized model updating problem with partial eigendata, which arises in vibration and structural dynamics. In practice, the required physical parameters (e.g. mass, damping and stiffness parameters) should be nonnegative. We propose a new parallel splitting method for solving the parameterized model updating problem and establish its convergence. Numerical tests show the effectiveness of our method over interior point method.

In section 3 we study minimum norm partial quadratic eigenstructure assignment (MNPQEAP). By using the feedback control force, the MNPQEAP aims to replace the few natural frequencies causing resonances (or other undesired vibrations) by suitably chosen locations while keeping the remaining eigenvalues and associated eigenvectors (i.e., natural frequencies and mode shapes) unchanged, where the feedback norm is minimized. Based on the measured receptance and the system matrices, we propose a new hybrid method for solving the MNPQEAP without and with time delay. Numerical results demonstrate the effectiveness of our method.

In section 4 we consider the semidefinite model updating problem. We reformulate the problem as a semidefinite programming and propose a nonlinear Gauss-Seidel method for solving its Lagrange dual problem. Numerical experiments show the effectiveness of

厦门大学博硕士论文摘要库

our method.

Key words: inverse quadratic eigenvalue problem; finite element model updating problem; parameterization; partial quadratic eigenstructure assignment; numerical optimization method

厦门大学博硕士论文摘要库

目 录

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学博硕士论文摘要库

Contents

厦门大学博硕士论文摘要库

第 一 节　引言

在结构动力学和振动等工程应用中，往往利用有限元方法或其它方法对振动结构体进行数学建模离散得到如下的二阶微分系统([12,13,57])：

$$M\ddot{\boldsymbol{q}}(t)+C\dot{\boldsymbol{q}}(t)+K\boldsymbol{q}(t)=\boldsymbol{f}(t), \tag{1-1}$$

其中$\boldsymbol{q}(t)$是关于时间t的实n维变量, M,C,K是已知的$n\times n$参数化实对称矩阵。在许多应用中，M,C,K分别代表质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵。假设其齐次解为：

$$\boldsymbol{q}(t)=\boldsymbol{x}e^{\lambda t},$$

其中$\boldsymbol{x}$是一常向量。那么λ和向量$\boldsymbol{x}$就是下面二次特征值问题的解[77]：

$$(\lambda^2M+\lambda C+K)\boldsymbol{x}=0. \tag{1-2}$$

当M非奇异时，该二次特征值问题有$2n$个有限特征对。由此可以看出，系统(1-1)的主要动态特征(自然频率和模态)就体现在问题(1-2)的特征值和特征向量上。因此，二次特征值问题的求解就成为科学工程计算的一个热门问题，国内外的研究都很活跃。Tisseur 和 Meerbergen[77] 介绍了二次特征值问题的应用领域、性质以及一些数值求解方法。

反二次特征值问题就是利用给定部分或者全部特征信息去确定或估计物理矩阵M,C,K。从工程意义上讲就是已知系统的某些性质或表现行为，来反演或识别系统的参数矩阵M,C,K。给定系统的$k(k\le 2n)$对特征对$(\lambda_i,\boldsymbol{x}_i)_{i=1}^k$，可写成矩阵形式$(\tilde{\Lambda},\tilde{X})\in\mathbb{C}^{k\times k}\times\mathbb{C}^{n\times k}$，其中：

$$\begin{aligned}\tilde{\Lambda}&=\mathrm{diag}(\lambda_1,\lambda_2\ldots,\lambda_{2l-1},\lambda_{2l},\lambda_{2l+1},\ldots,\lambda_k),\\ \tilde{X}&=(\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2\ldots,\boldsymbol{x}_{2l-1},\boldsymbol{x}_{2l},\boldsymbol{x}_{2l+1},\ldots,\boldsymbol{x}_k).\end{aligned} \tag{1-3}$$

因为我们所要求的矩阵M,C,K是对称的，所以给定的k对特征对一定是共轭成对存在的。不妨设前个$2l$特征值是共轭成对的复特征值，其余的为实特征值。那么其相应的特征向量也是共轭成对的。即：

$$\lambda_i=\alpha_i+i\beta_i,\quad \lambda_{i+1}=\alpha_i-i\beta_i,\quad \boldsymbol{x}_i=(\boldsymbol{x}_{iR}+i\boldsymbol{x}_{iI})/\sqrt{2},\quad \boldsymbol{x}_{i+1}=(\boldsymbol{x}_{iR}-i\boldsymbol{x}_{iI})/\sqrt{2},\quad (i=1,\ldots,l).$$

引入变换：

$$T:=\mathrm{diag}(\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1&1\\ i&-i\end{pmatrix},\ldots,\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1&1\\ i&-i\end{pmatrix},I_{k-2l}),$$

厦门大学博硕士论文摘要库

那么我们就可以把特征对的复矩阵形式$(\tilde{\Lambda}, \tilde{X}) \in \mathbb{C}^{k\times k} \times \mathbb{C}^{n\times k}$转换成实矩阵形式$(\Lambda, X) \in \mathbb{R}^{k\times k} \times \mathbb{R}^{n\times k}$，其中：

$$\begin{aligned}
\Lambda &= T\tilde{\Lambda}T^H = \mathrm{diag}(\begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ -\beta_1 & \alpha_1 \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \alpha_l & \beta_l \\ -\beta_l & \alpha_l \end{pmatrix}, \lambda_{2l+1}, \ldots, \lambda_k), \\
X &= \tilde{X}T^H = (\boldsymbol{x}_{1R}, \boldsymbol{x}_{1I}, \ldots, \boldsymbol{x}_{lR}, \boldsymbol{x}_{lI}, \boldsymbol{x}_{2l+1}, \ldots, \boldsymbol{x}_k),
\end{aligned} \tag{1-4}$$

则反二次特征值问题旨在求解满足下列条件的矩阵$M, C, K \in \mathbb{R}^{n\times n}$：

$$MX\Lambda^2 + CX\Lambda + KX = 0. \tag{1-5}$$

当全部特征信息都已知的情况下，即$k = 2n$时，M, C, K可直接求解出来[17,59]。但是在实际问题中，只能得到一小部分的特征对，其个数远远小于$2n$。另一方面，参数矩阵(M, C, K)往往要保持一定的结构性质，如对称性，半正定性，稀疏性，或某些元素为正等条件。这也使得求反二次特征值问题的难度大大增加。Chu 和 Golub[20]详细地介绍了反二次特征值问题在模型修正问题上的应用，需要解决的问题等等。以前的一些工作[8–11,43]有些只考虑$C = 0$的情况，有些只考虑M, C, K为 一般矩阵的情况。近年来，也有许多学者[4,19,58–60]开始研究M, K为对称半正定的情况。Lin, Dong 和 Chu[31]提出用半正定规划方法(SDP)可以很好地解决各种带结构约束的反二次特征值问题。但是，SDP法不适用于大规模问题。本文主要是研究几类特定结构约束下的反二次特征值问题，并提出一些优化方法来求解。

下面我们就简单介绍一下本文所涉及的几种特殊结构约束下的反二次特征值问题。

1. 参数化模型修正问题：给定$n \times n$实矩阵M_0， $n_2 + 1$个实矩阵$\{C_i\}_{i=0}^{n_2}$， $n_3 + 1$个实矩阵$\{K_i\}_{i=0}^{n_3}$， 非负参数$\{m_i^a\}_{i=1}^{n}$，$\{c_i^a\}_{i=1}^{n_2}$， $\{k_i^a\}_{i=1}^{n_3}$及写成实矩阵形式的特征信息$(\Lambda, X) \in \mathbb{R}^{k\times k} \times \mathbb{R}^{n\times k}$，求$\{m_i\}_{i=1}^{n}$，$\{c_i\}_{i=1}^{n_2}$， $\{k_i\}_{i=1}^{n_3}$使其分别与$\{m_i^a\}_{i=1}^{n}$，$\{c_i^a\}_{i=1}^{n_2}$，$\{k_i^a\}_{i=1}^{n_3}$最为相近，且满足$M(\boldsymbol{m})X\Lambda^2 + C(\boldsymbol{c})X\Lambda + K(\boldsymbol{k})X = 0$。这里， $M(\boldsymbol{m}) := M_0 + \mathrm{diag}(m_1, m_2, \ldots, m_n)$，$C(\boldsymbol{c}) = C_0 + \sum_{i=1}^{n_2} c_iC_i$， $K(\boldsymbol{k}) = K_0 + \sum_{i=1}^{n_3} k_iK_i$。
2. 基于响应率和系统矩阵下的最小范数部分特征值配置问题：记$P(\lambda) = \lambda^2M + \lambda C + K$， $P_c(\lambda) = \lambda^2M + \lambda(C - BF^T) + (K - BG^T)$，其中$B$称为$n \times m$阶的控制矩阵，$F$和$G$称为$n \times m$阶的反馈矩阵。$M, C, K$为已知的$n \times n$实矩阵，求反馈矩阵$F$和$G$，使得$P_c(\lambda)$能够将$P(\lambda)$的一小部分已知的不好的特征值替换掉，同时保留原问题$P(\lambda)$的剩余绝大部分特征值不变，这一性质也被称为无溢出性。
3. 半正定模型修正问题：给定$n \times n$实矩阵M_a, C_a, K_a，部分特征信息$(\Lambda, X) \in \mathbb{R}^{k\times k} \times$

厦门大学博硕士论文摘要库

Degree papers are in the "Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database". Full texts are available in the following ways:
1. If your library is a CALIS member libraries, please log on http://etd.calis.edu.cn/ and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.
厦门大学博硕士论文摘要库